

Lineares Gleichungssystem (LGS)

Ein lineares Gleichungssystem besteht aus zwei linearen (Bedingungs-)Gleichungen mit maximal zwei Variablen, häufig x und y , d.h. man sucht diejenigen Werte für die Variablen x und y , so dass beide Bedingungsgleichungen gleichzeitig erfüllt sind.

Die Lösungsmenge jeder einzelnen Gleichung lässt sich als Gerade im Koordinatensystem veranschaulichen. (Trick: nach y umformen, notfalls nach x umformen)
Die gemeinsamen Punkte der beiden Geraden veranschaulichen die Lösung des linearen Gleichungssystems.

Rechnerische Lösungsverfahren sind

- Gleichsetzungsverfahren
- Einsetzungsverfahren
- Additions-/Subtraktionsverfahren

Technischer Hinweis: Die Gleichungen werden mit (1) bzw. (2) nummeriert.

Beispiele:

1. Fall: Das LGS besitzt genau eine Lösung:

$$\begin{aligned}(1) \quad & 3x - y = 7 \\ (2) \quad & -x + 2y = -1\end{aligned}$$

Die zugehörigen Geraden schneiden sich.

Der Schnittpunkt S ist die Veranschaulichung der Lösung des LGS.

2. Fall: Das LGS besitzt keine Lösung:

$$\begin{aligned}(1) \quad & x + 2y = 5 \\ (2) \quad & -2x - 4y = 1\end{aligned}$$

Die zugehörigen Geraden liegen parallel.

Das LGS ist *unerfüllbar*.

Bei einer rechnerischen Lösung erhält man dann eine Bedingungsgleichung der Form $0 = 1$ oder $2x - 3 = 2x + 1$, d.h. eine falsche Aussage bzw. eine unerfüllbare Gleichung.

3. Fall: Das LGS besitzt unendlich viele Lösungen:

$$\begin{aligned}(1) \quad & x + 2y = 5 \\ (2) \quad & -2x - 4y = -10\end{aligned}$$

Die beiden Gleichungen beschreiben dieselbe Gerade.

Bei einer rechnerischen Lösung erhält man dann eine Bedingungsgleichung der Form $0 = 0$, $5=5$ oder $2x-2=2x-2$, d.h. eine wahre Aussage bzw. eine allgemeingültige Aussage.