

Additions-/Subtraktionsverfahren

Ein lineares Gleichungssystem lässt sich auch mit dem Additions-/Subtraktionsverfahren lösen.

Im Folgenden siehst du vier Beispiele:

Praktische Hinweise:	Beispiel 1: (1) $3x - y = 7$ (2) $-x + 2y = -1$
<p>Additions-/Subtraktionsverfahren <u>Ziel:</u> Durch das Addieren oder Subtrahieren der beiden Gleichungen muss man eine Gleichung mit nur einer Variablen erhalten.</p> <p><u>Weg:</u> Evtl. muss man eine Gleichung oder sogar beide Gleichungen zunächst vervielfachen.</p> <p>Eine der anderen beiden Gleichungen wird übernommen (freie Auswahl!).</p> <p><u>Besonders wichtig:</u> Die waagerechten Trennstriche gehören wie die Nummerierung der Bedingungsgleichungen zur übersichtlichen Darstellung der Lösung.</p>	$\begin{array}{r} (1) 3x - y = 7 \\ (2) -x + 2y = -1 \quad / \cdot 3 \\ \hline (1) 3x - y = 7 \\ (2) -3x + 6y = -3 \\ \hline (1)+(2)=(3) \quad \underline{5y = 4} \end{array}$
Lösen der linearen Bedingungsgleichung (3).	$\begin{array}{r} (3) 5y = 4 \quad /:5 \\ y = 0,8 \end{array}$
Einsetzen des errechneten Wertes in die übernommene Bedingungsgleichung.	$\begin{array}{r} (1) 3x - 0,8 = 7 \quad /+0,8 \\ 3x = 7,8 \quad /:3 \\ x = 2,6 \end{array}$
Angabe der Lösung (Variablenwerte alphabetisch angeben!)	Damit ist die Lösung (2,6; 0,8).
<p>Eine Probe kann folgendermaßen durchgeführt werden: Einsetzen der errechneten Werte in beide Ausgangsgleichungen</p>	$\begin{array}{l} (1) 3 \cdot 2,6 - 0,8 = 7 \\ (2) -2,6 + 2 \cdot 0,8 = -1 \end{array}$ <p>Beide Aussagen sind wahr, d.h. es liegt kein Rechenfehler vor.</p>

Anschauliche Auswertung:

Der Schnittpunkt der beiden Geraden ist der Punkt (2,6; 0,8).

Praktische Hinweise:	Beispiel 2: (1) $-3x - 5y = 7$ (2) $2x + 2y = -1$
Additions-/Subtraktionsverfahren <u>Ziel:</u> Durch das Addieren oder Subtrahieren der beiden Gleichungen muss man eine Gleichung mit nur einer Variablen erhalten. <u>Weg:</u> In diesem Beispiel muss man zunächst beide Gleichungen vervielfachen. Eine der anderen beiden Gleichungen wird übernommen (freie Auswahl!). <u>Besonders wichtig:</u> Die waagerechten Trennstriche gehören wie die Nummerierung der Bedingungsgleichungen zur übersichtlichen Darstellung der Lösung.	$\begin{array}{r} (1) -3x - 5y = 7 \quad / \cdot 2 \\ (2) \underline{2x + 2y = -1} \quad / \cdot 5 \\ (1) -6x - 10y = 14 \\ (2) \underline{10x + 10y = -5} \\ (1) -6x - 10y = 14 \\ (1)+(2)=\underline{(3) \quad 4x = 9} \end{array}$
Lösen der linearen Bedingungsgleichung (3).	$\begin{array}{r} (3) 4x = 9 \quad / :4 \\ x = \frac{9}{4} = 2,25 \end{array}$
Einsetzen des errechneten Wertes in die übernommene Bedingungsgleichung. Man kann auch die entsprechende Ausgangsgleichung nehmen.	$\begin{array}{r} (1) -6 \cdot 2,25 - 10y = 14 \\ -13,5 - 10y = 14 \quad / +13,5 \\ -10y = 27,5 \quad / :(-10) \\ y = -2,75 \end{array}$
Angabe der Lösung (Variablenwerte alphabetisch angeben!)	Damit ist die Lösung $(2,25; -2,75)$.
Eine Probe kann folgendermaßen durchgeführt werden: Einsetzen der errechneten Werte in beide Ausgangsgleichungen	$\begin{array}{l} (1) -3 \cdot 2,25 - 5 \cdot (-2,75) = -6,75 + 13,75 = 7 \\ (2) 2 \cdot 2,25 + 2 \cdot (-2,75) = 4,5 - 5,5 = -1 \end{array}$ Beide Aussagen sind wahr, d.h. es liegt kein Rechenfehler vor.

Anschauliche Auswertung:

Der Schnittpunkt der beiden Geraden ist der Punkt $(2,25; -2,75)$.

Beispiel 3 (für keine Lösung):

$$(1) -2x + 4y = 3$$

$$(2) -x + 2y = -2 \quad / \cdot 2$$

$$(1) -2x + 4y = 3$$

$$(2) -2x + 4y = -4$$

$$(1) -2x + 4y = 3$$

$$(1)-(2)=(3) 0 = 7$$

Auswertung:

Da $0 = 7$ eine falsche Aussage ist, hat das ursprüngliche lineare Gleichungssystem keine Lösung, ist also unerfüllbar.

Anschaulich:

Die beiden Geraden im Koordinatensystem liegen parallel, sind aber nicht identisch.

Beispiel 4 (für unendlich viele Lösungen):

$$(1) -2x + 4y = 3$$

$$(2) -x + 2y = 1,5 \quad / \cdot 2$$

$$(1) -2x + 4y = 3$$

$$(2) -2x + 4y = 3$$

$$(1) -2x + 4y = 3$$

$$(1)-(2)=(3) 0 = 0$$

Auswertung:

Da $0 = 0$ eine wahre Aussage (eine allgemeingültige Gleichung) ist, ist die einzige Bedingung, die die Wertepaare $(x;y)$ erfüllen müssen, die Gleichung (1).

Anschaulich:

Beide Gleichungen beschreiben die gleiche Gerade im Koordinatensystem.