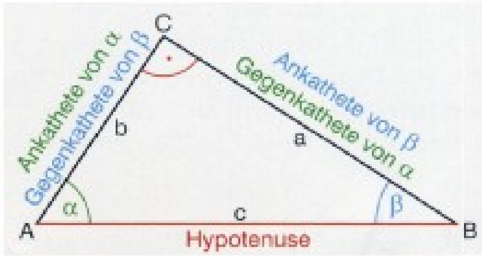
Winkelbestimmung in Rechtwinkligen Dreiecken mittels Winkelfunktionen

Rechtwinklige Dreiecke mit gleich großen spitzen Winkeln sind ähnlich zueinander. In einem rechtwinkligen Dreieck sind deshalb die Seitenverhältnisse eindeutig durch einen der beiden spitzen Winkel festgelegt. Die Winkelfunktionen Sinus, Kosinus und Tangens ordnen jedem spitzen Winkel am rechtwinkligen Dreieck ein entsprechendes Seitenverhältnis zu.



$\alpha \rightarrow$	$\sin(\alpha)=\frac{a}{c}$	Der Sinus eines Winkels ist das Verhältnis von Gegenkathete zu Hypotenuse.	$\beta \rightarrow$	$\sin(\beta)=\frac{b}{c}$
$\alpha \rightarrow$	$\cos(\alpha)=\frac{b}{c}$	Der Kosinus eines Winkels ist das Verhältnis von Ankathete zu Hypotenuse.	$\beta \rightarrow$	$\cos(\beta)=\frac{a}{c}$
$\alpha \rightarrow$	$\tan(\alpha)=\frac{a}{b}$	Der Tangens eines Winkels ist das Verhältnis von Gegenkathete zu Ankathete.	$\beta \rightarrow$	$\tan(\beta)=\frac{b}{a}$

Winkelbestimmung:

Will man in der Gleichung $\sin(\alpha)=\frac{a}{c}$ den Winkel α bestimmen, so muss die Umkehrfunktion zum Sinus auf beiden Seiten der Gleichung anwendet werden. Diese Umkehrfunktion heißt Arcussinus und wird kurz geschrieben als $\sin^{-1}$ (Taschenrechner: Shift + sin).

Es ergibt sich: $\sin(\alpha)=\frac{a}{c} \quad | \ \sin^{-1}$

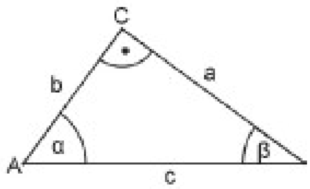
$$\alpha=\sin^{-1}\left(\frac{a}{c}\right)$$

Ebenso gilt: $\alpha=\cos^{-1}\left(\frac{b}{c}\right)$, wobei $\cos^{-1}$ die Umkehrfunktion Arcuskosinus ist.

Und: $\alpha=\tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)$, wobei $\tan^{-1}$ die Umkehrfunktion Arcustangens ist.

Beispiel:

In einem rechtwinkligen Dreieck sei bekannt: b=5cm und c=10cm.
Gesucht sei α.



Da b die Ankathete zu Winkel α und c die Hypotenuse ist, hilft hier die Winkelfunktion Kosinus weiter.

$$\alpha=\cos^{-1}\left(\frac{b}{c}\right)$$

$$=\cos^{-1}\left(\frac{5}{10}\right)$$ mit dem TR folgt

$\alpha = 60°$