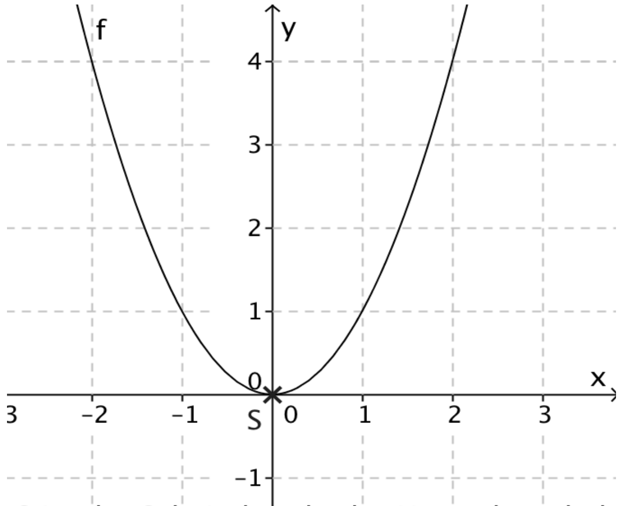
Quadratische Funktionen

Die Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x)=x^2$ ist die einfachste quadratische Funktion. Ihr Graph heißt Normalparabel (siehe Abbildung rechts).



S ist der Scheitelpunkt der Normalparabel.

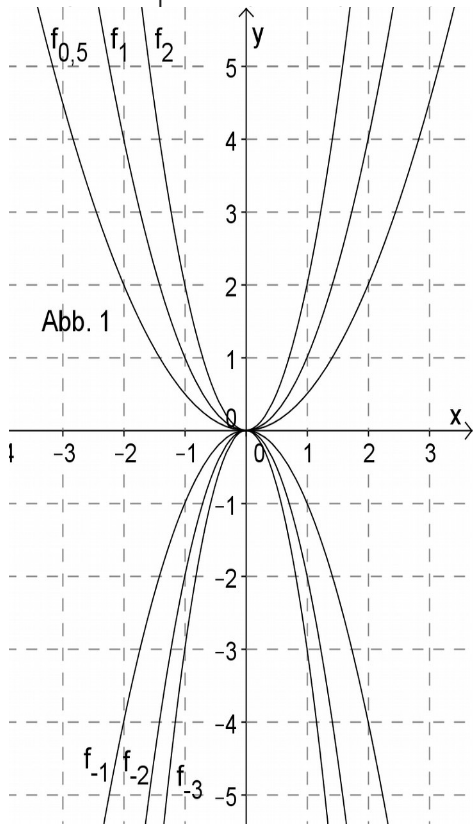
Die Normalparabel kann man durch verschiedene Parameter beeinflussen. Den Graphen einer allgemeinen quadratischen Funktion nennt man Parabel.
Jede Parabel besitzt stets genau einen tiefsten oder aber einen höchsten Punkt. Dieser Punkt heißt Scheitelpunkt der Parabel und wird häufig mit S bezeichnet.

Wir unterschieden hier zwei verschiedene Formen der Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion.

Die allgemeine Form:

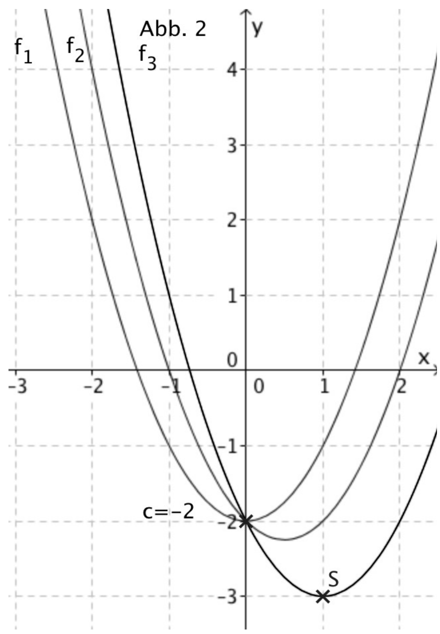
$$f(x)=ax^2+bx+c$$

Der Spezialfall $f_a(x)=ax^2$:
Der Parameter a ist der Streckfaktor für die Streckung in y-Richtung, die von der x-Achse ausgeht. Dabei wird die Normalparabel gestreckt. Abbildung 1 zeigt die Graphen der Funktionen f_a für $a=-3$, $a=-2$, $a=-1$, $a=0{,}5$, $a=1$ und $a=2$.
Bei negativen Werten des Parameters a wird der Graph an der x-Achse gespiegelt.
Für $|a|\leqslant 1$ spricht man statt von einer Streckung auch von einer Stauchung der Normalparabel.

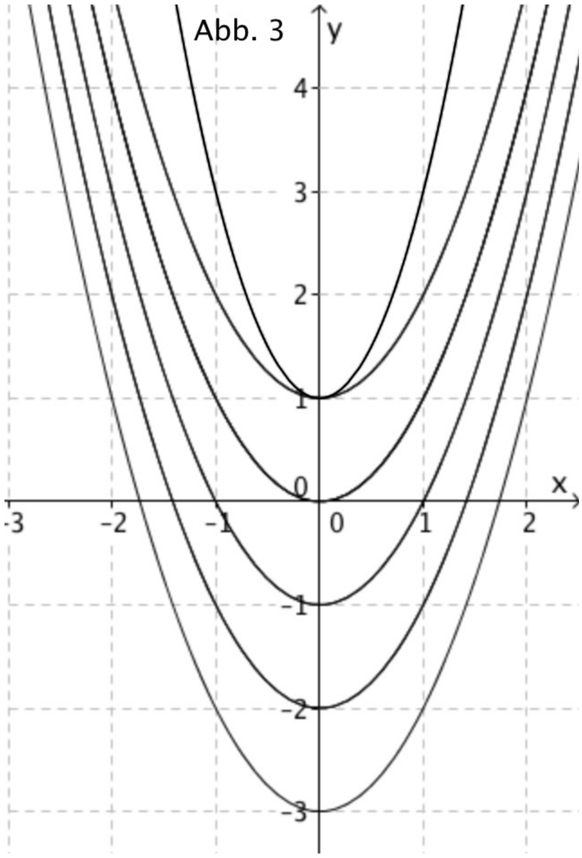


Im allgemeinen Fall wird die so veränderte Normalparabel durch Veränderung der Parameter b und c im Koordinatensystem verschoben.

Wie bei den linearen Funktionen beschreibt der Parameter ohne die Funktionsvariable x, hier das c, den y-Achsenabschnitt. Die Abbildung 2 zeigt die Graphen dreier verschiedener quadratischer Funktionen mit $c=-2$.



Parabeln sind immer symmetrisch zu der Geraden, die parallel zur y-Achse liegt und durch den Scheitelpunkt der Parabel verläuft.
Im Spezialfall $f(x) = ax^2 + c$ gilt $b = 0$. Dann sind die Parabeln y-achsensymmetrisch (siehe Abbildung 3).



Die faktorisierte Form:

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Der Parameter a hat die gleiche Wirkungsweise wie vorher.
Da der Funktionsterm genau dann null wird, wenn mindestens ein Faktor null ist („Produkt-Null-Regel"), sind x_1 und x_2 die beiden Nullstellen der quadratischen Funktion, man kann also die Nullstellen bei der faktorisierten Form besonders gut **ablesen**.

Die faktorisierte Form kann man z.B. dann besonders geschickt benutzen, wenn man den Funktionsterm einer quadratischen Funktion mit ganz bestimmten Nullstellen sucht.
Bsp: Die Nullstellen sollen $x_1 = 3$ und $x_2 = -1$ sein. Dann sind z.B. $f_1(x) = (x-3)(x+1)$ ODER $f_2(x) = 2(x-3)(x+1)$ mögliche Funktionen (s. Abbildung 5)